Probabilités — Présence d'un 67 à une table de poker

Le président du club poker épaulé d'un bon ami

Février 2026

On considère un jeu de cartes classique de 52 cartes. Neuf joueurs sont assis autour d'une table de poker et chacun reçoit deux cartes, soit un total de 18 cartes distribuées.

L'objectif est de calculer la probabilité qu'il y ait *au moins un 67* parmi les cartes distribuées.

Principe de la méthode

Il est plus simple de calculer la probabilité de l'événement contraire, à savoir la probabilité qu'*aucun 67 ne soit distribué*, puis d'utiliser la formule du complémentaire :

$$P(\text{au moins un 67}) = 1 - P(\text{aucun 67}).$$

On commence donc par déterminer la probabilité qu'aucun des joueurs ne reçoive de 67.

Calcul de la probabilité qu'aucun 67 ne soit distribué

Principe des coefficients binomiaux

On introduit la notion suivante.

Définition 1 (Coefficients binomiaux)**.** *Soient* $(n, p) \in N^2$. *On définit*

$$\binom{n}{p} = \begin{cases} \dfrac{n!}{p!(n-p)!} & \textit{si } p \leq n, \\ 0 & \textit{si } p > n. \end{cases}$$

Le nombre $\binom{n}{p}$ *est appelé* coefficient binomial *et se lit p parmi n .*

Ce nombre correspond au nombre de façons de choisir p éléments parmi n éléments, sans tenir compte de l'ordre.

Probabilité pour un joueur donné de recevoir un 67

Considérons un joueur particulier. Le nombre total de mains possibles pour ce joueur est

$$\binom{52}{2} = 1326.$$

Le nombre de mains correspondant exactement à un 6 et un 7 est

$$4 \times 4 = 16,$$

car il y a 4 six et 4 sept dans le jeu.

Ainsi, la probabilité que ce joueur reçoive un 67 est

$$P(\text{main} = 67) = \frac{16}{1326} \approx 0.0121.$$

Par conséquent, la probabilité que ce joueur *ne* reçoive pas un 67 est

$$P(\text{main} \neq 67) = 1 - \frac{16}{1326} \approx 0.9879.$$

Remarque

On aurait également pu raisonner de la façon suivante : pour un joueur qui reçoit deux cartes dans un jeu de 52 cartes, la probabilité d'obtenir un 6 ou un 7 comme première carte est

$$\frac{8}{52}$$

Si cette carte est un 6 ou un 7, la probabilité que la seconde carte complète la main 67 est

$$\frac{4}{51}$$

Le produit donne bien la probabilité finale :

$$\frac{8}{52} \times \frac{4}{51} = \frac{32}{2652} = \frac{16}{1326}.$$

—

Probabilité qu'aucun joueur ne reçoive un 67

Les mains des joueurs ne sont pas indépendantes, car une fois que certaines cartes sont distribuées, le nombre de cartes restantes diminue. Pour un raisonnement exact, on considère la distribution séquentielle des mains : pour chaque joueur, on impose que sa main ne soit pas un 67, en tenant compte du nombre de cartes restantes.

Si l'on note P_k la probabilité que le $(k+1)$-ième joueur ne reçoive pas un 67 sachant que les k premiers joueurs n'ont pas reçu de 67, on a

$$P_k = 1 - \frac{16}{\binom{52-2k}{2}}.$$

La probabilité qu'aucun des 9 joueurs ne reçoive un 67 est donc

$$P(\text{aucun } 67) = \prod_{k=0}^{8} \left(1 - \frac{16}{\binom{52-2k}{2}}\right).$$

Approximation numérique

En remplaçant les coefficients binomiaux par leurs valeurs numériques :

$$\binom{52}{2} = 1326, \quad \binom{50}{2} = 1225, \quad \binom{48}{2} = 1128,$$
$$\binom{46}{2} = 1035, \quad \binom{44}{2} = 946, \ldots$$

Le produit devient :

$$P(\text{aucun } 67) \approx \left(1 - \frac{16}{1326}\right)\left(1 - \frac{16}{1225}\right)\left(1 - \frac{16}{1128}\right)\cdots\left(1 - \frac{16}{378}\right) \approx 0.882$$

Ainsi la probabilité qu'au moins un joueur reçoive un 67 est :

$$P(\text{au moins un } 67) = 1 - 0.882 \approx 0.118,$$

soit environ **11,8%**.

—

Formule générale pour n joueurs

Si l'on généralise le problème à n joueurs (chacun recevant 2 cartes), la probabilité qu'au moins un joueur reçoive la main 67 s'écrit :

$$\boxed{P(\text{au moins un } 67) = 1 - \prod_{k=0}^{n-1} \left(1 - \frac{16}{\binom{52-2k}{2}}\right)}$$

Cette formule est valable tant que $2n \leq 52$. Elle permet de calculer la probabilité pour n'importe quel nombre de joueurs.

—

Remarques

- Il est crucial de raisonner par l'événement complémentaire, car le calcul direct serait extrêmement complexe à cause des dépendances entre les mains.
- La méthode séquentielle permet de tenir compte de la diminution du nombre de cartes disponibles au fur et à mesure de la distribution.
- Pour une approximation rapide, on peut supposer que les mains sont quasi-indépendantes. Dans ce cas, chaque joueur a une probabilité $p \approx \frac{16}{1326} \approx 0.0121$ de recevoir un 67, et on peut utiliser la formule approchée

  $$P(\text{au moins un 67}) \approx 1 - (1 - p)^9 \approx 1 - (1 - 0.0121)^9 \approx 0.107 \approx 10.7\%.$$

  Cette méthode est rapide et simple, mais elle sous-estime légèrement la probabilité exacte, car elle ignore la dépendance entre les mains dues à la distribution sans remise.

Conclusion

La probabilité qu'au moins un joueur parmi neuf reçoive la main 67 est d'environ **11,8%** par partie. Si l'on joue 10 parties indépendantes, il y a environ 73% de chances qu'au moins une main 67 apparaisse sur l'ensemble des parties.