Probabilités — Présence d'un as à une table de poker

Par l'humble président épaulé d'un bon ami

Janvier 2026

On considère un jeu de cartes classique de 52 cartes, contenant exactement 4 as. Dix joueurs sont assis autour d'une table et chacun reçoit deux cartes, soit un total de 20 cartes distribuées.

L'objectif est de calculer la probabilité qu'il y ait *au moins un as* parmi les cartes distribuées.

Principe de la méthode

Il est plus simple de calculer la probabilité de l'événement contraire, c'est-à-dire la probabilité qu'*aucun as ne soit distribué*, puis d'utiliser la formule du complémentaire.

$$P(\text{au moins un as}) = 1 - P(\text{aucun as})$$

On commence donc par déterminer la probabilité qu'aucun des joueurs ne reçoive d'as.

Calcul de la probabilité qu'aucun as ne soit distribué

Au départ, le jeu contient 52 cartes, dont 48 ne sont pas des as.

La probabilité que la première carte distribuée ne soit pas un as est donc :

$$\frac{48}{52}$$

Sachant que cette première carte n'est pas un as, il reste alors 51 cartes dans le jeu, dont 47 ne sont pas des as. La probabilité que la deuxième carte distribuée ne soit pas un as est donc :

$$\frac{47}{51}$$

En poursuivant ce raisonnement, on observe que tant qu'aucun as n'a été tiré, la probabilité que chaque nouvelle carte distribuée ne soit pas un as diminue progressivement, car le nombre total de cartes restantes diminue, tout comme le nombre de cartes non-as.

Comme dix joueurs reçoivent chacun deux cartes, un total de 20 cartes est distribué. La probabilité qu'aucune de ces 20 cartes ne soit un as est alors donnée par le produit suivant :

$$P(\text{aucun as}) = \frac{48}{52} \times \frac{47}{51} \times \frac{46}{50} \times \cdots \times \frac{29}{33}$$

Ce produit comporte 20 facteurs, correspondant aux 20 cartes distribuées successivement.

En effectuant le calcul, on obtient l'approximation numérique suivante :

$$P(\text{aucun as}) \simeq 0{,}19$$

Conclusion

La probabilité qu'il n'y ait aucun as parmi les cartes distribuées est donc d'environ 19 %.

Par conséquent, la probabilité qu'il y ait *au moins un as* sur la table est :

$$\boxed{P(\text{au moins un as}) = 1 - P(\text{aucun as}) \simeq 0{,}81}$$

Ainsi, dans une partie à dix joueurs, il y a environ 81 % de chances qu'au moins un as apparaisse parmi les cartes distribuées.

Généralisation à un nombre n de joueurs

Si l'on considère maintenant n joueurs recevant chacun deux cartes, alors un total de $2n$ cartes est distribué.

En raisonnant de la même manière que précédemment, la probabilité qu'aucun as ne soit distribué est donnée par :

$$P_n(\text{aucun as}) = \frac{48}{52} \times \frac{47}{51} \times \frac{46}{50} \times \cdots \times \frac{48-(2n-1)}{52-(2n-1)}$$

Par conséquent, la probabilité qu'il y ait au moins un as parmi les cartes distribuées est :

$$\boxed{P_n(\text{au moins un as}) = 1 - P_n(\text{aucun as})}$$